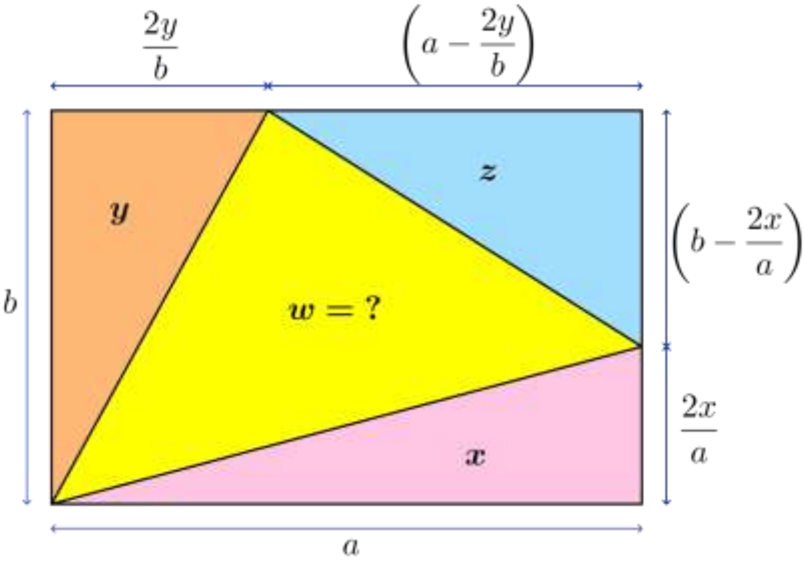
„Nelinurgas on neli kolmnurka“ ülesannete üks võimalikke lahenduskäike:



Olgu ristkülik alusega a ja kõrgusega b ning pindalaga $S = ab$ jaotatud neljaks kolmnurgaks. Kolme täisnurkse kolmnurga pindalasid me teame; need olgu arvud x, y ja z. Otsitava kolmnurga pindala tähistame tähega w. Tuletame valemi suuruse w leidmiseks suuruste x, y ja z abil.

Kolmnurga pindala valemist saame:

1) Täisnurksel kolmnurgal, mille pindala on x ja üks kaatet on a, on teiseks kaatetiks $\frac{2x}{a}$.

2) Täisnurksel kolmnurgal, mille pindala on y ja üks kaatet on b, on teiseks kaatetiks $\frac{2y}{b}$.

3) Täisnurksel kolmnurgal, mille pindala on z, on kaatetiteks $\left(a-\frac{2y}{b}\right)$ ja $\left(b-\frac{2x}{a}\right)$.

Seega $\frac{1}{2}\left(a-\frac{2y}{b}\right)\left(b-\frac{2x}{a}\right) = z$ ning $\left(a-\frac{2y}{b}\right)\left(b-\frac{2x}{a}\right) = 2z$. Avame sulud, saame:

$ab - 2x - 2y + \frac{4xy}{ab} = 2z$. Viime $2z$ vasakule poolele, saame: $ab - 2x - 2y - 2z + \frac{4xy}{ab} = 0$.

Korrutame viimase võrduse ab-ga, saame ruutvõrrandi, milles otsitavaks on ristküliku pindala ab:

$(ab)^2 - 2(x+y+z)ab + 4xy = 0$. Lahendame ruutvõrrandi ab suhtes, saame

$S = ab = (x+y+z) \pm \sqrt{(x+y+z)^2 - 4xy}$.

Et $S = ab > x + y + z$, siis võime miinusmärgiga ruutjuure vaatluse alt välja jätta. Saame valemi:

$S = (x+y+z) + \sqrt{(x+y+z)^2 - 4xy}$. Kuna $S = x + y + z + w$, siis $\boldsymbol{w = \sqrt{(x+y+z)^2 - 4xy}}$.

Ül 1. $w = \sqrt{(x+y+z)^2 - 4xy} = \sqrt{(2+4+3)^2 - 4\cdot 4\cdot 2} = \sqrt{81-32} = \sqrt{49} = 7$.

Ül 2. $w = \sqrt{(x+y+z)^2 - 4xy} = \sqrt{(26+25+24)^2 - 4\cdot 25\cdot 26} = \sqrt{5625-2600} = \sqrt{3025} = 55$.

Ül 3. Kui me teeme mingil tasandil olevale ristkülikule paralleelprojektsiooni (afiinse teisenduse) mõnes selle tasandiga lõikuvas sihis, siis on selle ristküliku paralleelprojektsiooniks rööpkülik. Afiinne teisendus on niisugune tasandi või ruumi teisendus, mis kujutab sirged sirgeteks ning tasandid tasanditeks. Afiinsed teisendused (s.h. ka paralleelprojektsioon) säilitavad paralleelsuse ja lõikumise ning pikkuste, pindalade ja ruumalade suhted. Seepärast võime väita, et meie poolt ristküliku puhul neljanda kolmnurga pindala arvutamiseks tuletatud valem kehtib ka kõigi rööpkülikute puhul.

$w = \sqrt{(x+y+z)^2 - 4xy} = \sqrt{(3+4+6)^2 - 4\cdot 3\cdot 4} = \sqrt{169-48} = \sqrt{121} = 11$.